

Оптимальное управление

(V семестр)

лектор — доцент кафедры *Оптимального Управления* М. В. Орлов

Программа

1. Постановка задачи оптимального управления. Основные вопросы теории оптимального управления.
2. Пространство непустых компактов из $\mathbb{R}^n$. Алгебраические операции над множествами. Хаусдорфово расстояние.
3. Опорные функции. Их основные свойства.
4. Многозначные отображения. Непрерывность многозначных отображений.
5. Измеримость многозначных отображений. Теорема об измеримой однозначной ветви.
6. Интегрирование многозначных отображений. Теорема Ляпунова.
7. Теорема Каратеодори. Формула Коши.
8. Множества достижимости и управляемости линейных управляемых систем. Их опорные функции. Теорема существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия.
9. Управляемость и локальная управляемость линейных систем. Лемма о внутренней точке интеграла.
10. Принцип максимума Понтрягина. Теорема об эквивалентной формулировке принципа максимума.
11. Принцип максимума Понтрягина как необходимое условие оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.
12. Усиленное условие трансверсальности. Достаточные условия оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.
13. Условия единственности пары $x(t)$, $u(t)$, удовлетворяющей принципу максимума Понтрягина. Строгая выпуклость.
14. Понятие о задаче синтеза. Синтез быстрогодействия в начало координат для задачи $\ddot{x} + x = u$, $|u| \leq 1$.
15. Линейная задача оптимального управления с терминальным функционалом и свободным правым концом.

Задачи

1. Построить синтез оптимального управления для задачи быстрогодействия в начало координат для объекта $\ddot{x} = u$, $|u| \leq 1$.

2. Найти множество управляемости для системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1, & u_1 &\in [-1, 1], \\ \dot{x}_2 &= u_2, & u_2 &\in [-1, 1].\end{aligned}$$

3. Решить линейную задачу быстрогодействия:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= u, & u &\in [-1, 1], \\ M_1 &= \{(-0.5, 1)\}, & M_2 &= \{(0.5, 1)\}.\end{aligned}$$

4. Найти опорную функцию для множества

$$A = \{x \in \mathbb{R}^n : \max |x_i| \leq 1\}.$$

5. Найти Хаусдорфово расстояние между множествами

$$A_i = S_{r_i}(a_i), \quad i = 1, 2.$$

6. Исследовать на локальную управляемость в начало координат систему

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1, & u_1 &\in [-1, 1], \\ \dot{x}_2 &= u_2, & u_2 &\in [-1, 1].\end{aligned}$$

7. Вычислить e^{tA} для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Исследовать на локальную управляемость в начало координат систему

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= u, & u &\in [-1, 1].\end{aligned}$$

9. Вычислить e^{tA} для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Вычислить интеграл $\int_{-2\pi}^{2\pi} F(t) dt$ от многозначного отображения

$$F(t) = A \cdot \{-v, v\}, \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 \sin t & -3 \cos t \\ 7 \cos t & \sin 3t \end{pmatrix}.$$

11. Найти опорную функцию множества

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \frac{x_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2} \leq 1, \quad a_i > 0 \right\}.$$

12. Вычислить интеграл $\int_{-2\pi}^{2\pi} F(t) dt$ от многозначного отображения

$$F(t) = A \cdot \{-v, v\}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \sin t & -3 \operatorname{tg} t \\ \cos t & \operatorname{ctg} t \end{pmatrix}.$$

13. Найти опорную функцию множества

$$A = \{x \in \mathbb{R}^n : |x_1| + \dots + |x_n| \leq 1\}.$$